

Eesti LXVI matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
10.jaanuaril 2019. a Tallinnas
XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Ema koos tütre ja pojaga otsustasid istutada peenrale lilli. Peenra pindala on 12 m^2 . Kui palju aega kulub neil kolmel koostöös lillede istutamiseks kui on teada, et kui tütar ja poeg istutaksid koos lilli sellel peenral, siis ei teeks nad seda kiiremini, kui ema üksinda. Ema istutab lilli kaks korda kiiremini, kui tütar. Pojal kuluks sellel peenral üksi lilli istutades mitte rohkem, kui neli tundi. Kui ema ja poeg istutaksid sellel peenral lilli kahekesi, siis kuluks neil vähemalt 1 h 20 min.
2. Lahenda võrrandisüsteem:
$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 6 \\ 3^x \cdot 16^y = 48 \end{cases}$$
3. Tõesta, et iga algarvu $p > 3$ korral kehtib, et avaldise $p^2 - 1$ väärtus jagub arvuga 24.
4. Kolmnurgas ABC $AB = a$, $BC = b$, $AC = c$. Sirge DE lõikab külge AB punktis D ja külge BC punktis E ning poolitab nii kolmnurga pindala kui ka ümbermõõtu. Leia lõigu BD pikkus.
5. Tasandile on paigutatud 13 sirget. Tõesta, et leidub nurk kahe sirge vahel, mis on väiksem, kui 14° .